CIENCIA
launion.com.mx
@uniondemorelos

Tabasco: Crónica de una inundación

W. Luis Mochán Backal
Instituto de Ciencias Físicas, UNAM
Miembro de la ACMor

No es la primera vez; no será la última vez. En época de huracanes no es extraño que caigan lluvias torrenciales en las cuencas de nuestros grandes ríos. Previendo estos meteoros, las presas reguladoras y las hidroeléctricas deben disminuir con anticipación su nivel de agua para poder amortiguar los consecuentes incrementos en el flujo de los caudales que las alimentan. Si no, corren el riesgo de desbordarse o de sufrir daños estructurales. Ha sucedido que, ante las crecidas de los ríos, se abran de emergencia y en demasía sus compuertas, inundando las tierras bajas. Buena parte del litoral del Golfo de México está formado por planicies de poca altura sobre el nivel del mar. Por ejemplo, en la Figura 1 se muestra un mapa topográfico de la zona de Tabasco. La figura muestra grandes franjas de tierra de entre 100 km y 150 km de ancho cuya altura no sobrepasa un par de decenas de metros sobre el nivel del mar. Al tener una planicie prácticamente horizontal, no hay una pendiente que impulse al agua en exceso hacia el mar. Por lo tanto, no es infrecuente que dicha zona se inunde y que el agua permanezca durante muchos días cubriendo tierras y poblados (ver Figuras 2 y 3). Incluso para los fenómenos más evidentes, hay ciencia que nos ayuda a explicarlos, a entenderlos y posiblemente a tomar medidas pertinentes que permitan evitar potenciales desastres como lo son las inundaciones.

FIGURA 2: FOTO de un poblado tabasqueño inundado, según se reporta en la referencia (7)), mostrando la altura alcanzada por el agua.

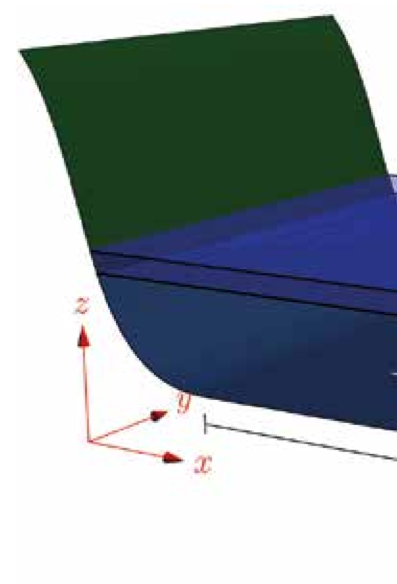
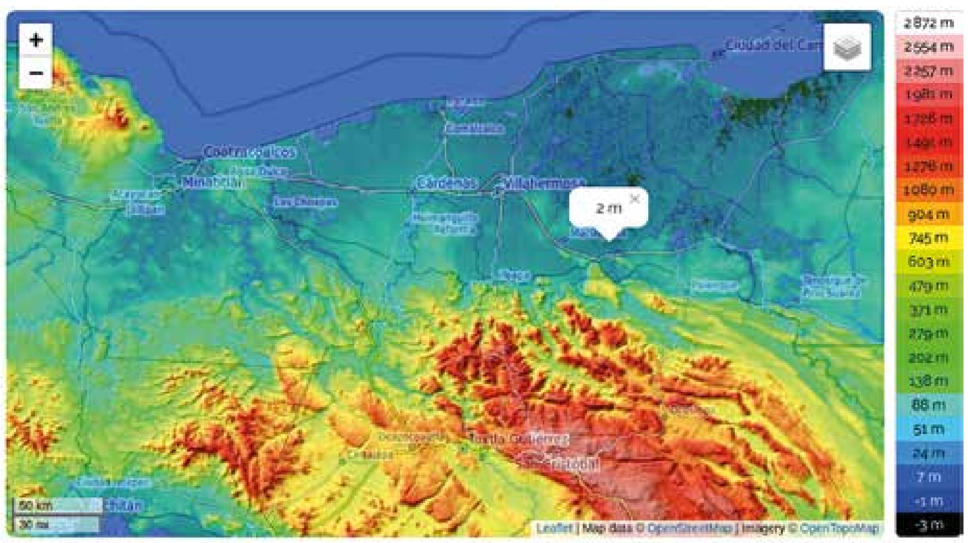


FIGURA 4: SISTEMA consistente en
izquierdo y que desemboca hacia el r
una sección de ancho a de la planici
escala y L es en realidad muchísimo m
Δ h. El volumen correspondiente de
derecha con velocidad v. Por conserv
que se va, i.e., a L Δ h=



Tabasco, México (17.95079 -92.48312)

FIGURA 1: MAPA topográfico de Tabasco (tomado de la referencia (6)). Hay grandes áreas de entre 100 y 150 km. de ancho cuya altitud es de apenas unos metros sobre el nivel del mar.

TABASCO, SUS INUNDACIONES Y LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

La primera vez que viajé en Tabasco, en noviembre de 1999, gran parte de su territorio llevaba más de un mes inundado. Se decía que, por un cambio en la política de generación eléctrica en México, se había privilegiado la compra de energía a empresas privadas, bajando la producción en las presas hidroeléctricas de la CFE, las cuales acumularon tanta agua que no pudieron responder adecuadamente ante las fuertes lluvias de octubre, lo cual condujo a la tragedia. Quizás por eso y por muchos otros motivos, desde entonces ha sido recurrente la noticia de que Tabasco fue inundado una y otra vez.

La inundación de Tabasco de 2017 coincidió con el final de un curso sobre ecuaciones diferenciales (ver referencia (1)) que impartía yo en la Licenciatura en Ciencias de la UAEMor. Se me ocurrió que el estudio de las inundaciones podría ser un tema interesante para presentar a mis alumnos, pues su solución ilustra muchos de los conceptos que cubre el curso. Como no lo hice, y recientemente Tabasco sufrió de nuevo una inundación mayor, aprovecho este espacio para mostrarle a Ud., querido lector, cómo pueden estudiarse estos fenómenos matemáticamente. Antes de que huyendo abandone la lectura de este artículo, permítame decirle que no mencionaré las ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden acopladas que hubiera deseado presentar a mis alumnos, sino que recurriré a una versión simplificada que espero pueda seguir.

LA VACA ESFÉRICA

Estudiar con todo detalle el problema de la dinámica hidráulica en una región geográfica es un problema complicado. Los resultados cuantitativos precisos dependen de detalles como la orografía, la textura del piso, su absorción, la evaporación, la precipitación, etc. Aquí, para obtener resultados más cualitativos y semicuantitativos, recurriré a aproximaciones, como la de la conocida *vaca esférica*, haciendo referencia a las historias que algunos cuentan para reírse de los físicos (ver referencia (2)).

Cuentan que un granjero, cuyas vacas dejaron de dar leche, pidió ayuda a un equipo de académicos encabezados por un físico. La respuesta decía: *Hemos hallado la solución exacta, pero sólo para el caso de una vaca esférica colocada en el espacio vacío…*

Pocos granjeros respetarían las predicciones de una teoría sobre la producción lechera de las vacas basada en las premisas anteriores. Los físicos solemos hacer modelos de la realidad que asemejan más una caricatura cruda en que se trazan sólo las líneas esenciales, más que un cuadro que describa todos los detalles de la escena.

El modelo que emplearé está ilustrado en la Figura 4. Una región plana horizontal de longitud L y ancho a se halla cubierta de agua hasta una altura $h(t)$ que depende del tiempo t. En un extremo se elevan montañas que contienen al agua. En el otro, el agua se vierte al mar, desapareciendo del sistema. La
del sistema L es miles de veces mayo
altura del agua h, por lo cual la figura
dibujada a escala. Mostraremos que s
a es irrelevante. Si nos esperamos un
ñísimo intervalo Δt de tiempo t que
t a $t+\Delta t$, el nivel del agua subirá una
ñísima distancia Δh de $h(t)$ hasta $h(t$-
$t)+\Delta h$. Claro que el nivel bajará, no s
cual simplemente significa que $\Delta h<$
cantidad negativa. El volumen del a
que baja es el del prisma ancho y pla
parte superior de la figura, de dimens
a y $|\Delta h|$, $\Delta V_b=La|\Delta h|=-La\Delta h$. Durante
mo tiempo, un volumen V_v de agua s
hacia el mar gracias a la corriente q
hacia la derecha de la figura con velo
En un intervalo de tiempo Δt el líquid
za una distancia $v\Delta t$, por lo que el v
del agua vertido ΔV_v es el del prisma
do del lado derecho de la figura, ΔV
Estrictamente, en lugar del símbolo
(=) debí haber empleado un símbolo

FIGURA 3: FOTO de una planicie tabasqueña inundada, según se reporta en la refere
mostrando la extensión alcanzada por

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.

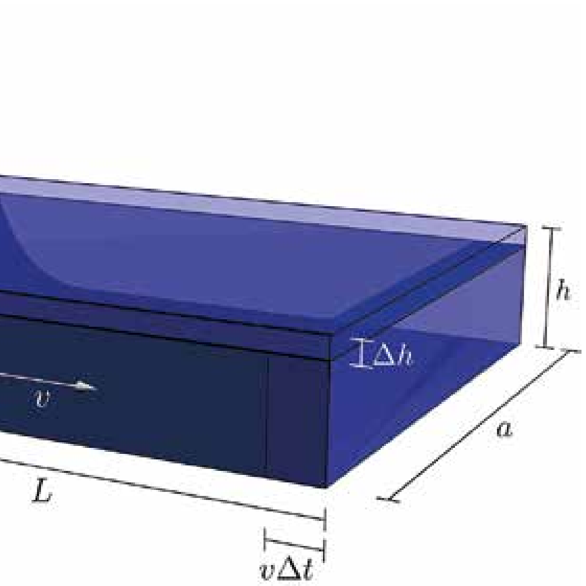
ESTA PUBLICACIÓN FUE REVISADA POR EL COMITÉ EDITORIAL DE LA ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS

Para actividades recientes de la academia y artículos anteriores puede consultar: **www.acmor.org.mx**
¿Comentarios y sugerencias?, ¿Preguntas sobre temas científicos? CONTÁCTANOS: editorial@acmor.org.mx

Referencias

1. Ecuación diferencial - Wikipedia, la enciclope
2. Vaca esférica - Wikipedia, la enciclopedia libre
3. Viscosidad - Wikipedia, la enciclopedia libre h
4. Viscoelasticidad - Wikipedia, la enciclopedia li
5. Derivada parcial - Wikipedia, la enciclopedia li

anunciada



una planicie inundada que termina en una montaña del lado mar (no mostrado) a una distancia L a la derecha. Se muestra e, con el agua llegando hasta una altura h. El dibujo no está a ás grande que h. En un tiempo Δ t el nivel del agua bajara en e agua se elimina mediante una corriente que avanza hacia la vación de la materia, el volumen que baja es igual al volumen = a h v Δ t. Se muestra el sistema coordenado x,y,z empleado.

longitud or que la a no está su ancho n peque- vaya de a peque- $+\Delta t)=h($- ubirá, lo 0 es una gua ΔV_b no en la siones L, e el mis- se vierte ue fluye ocidad v. do avan- volumen mostra- $=ahv\Delta t$. de igual de apro-

ncia (8)), r el agua.

ximadamente igual ($\doteq$) y escribir $\Delta V_v \doteq ahv\Delta t$, haciendo notar que la aproximación es mejor mientras más pequeños sean Δt y Δh. La conservación de la materia nos indicaría que los dos volúmenes son iguales entre sí; el nivel del agua baja pues el volumen correspondiente es vertido hacia el mar, $\Delta V_b=\Delta V_v$, de donde se obtiene $-La\Delta h \doteq ahv\Delta t$ y $\Delta h/\Delta t \doteq -hv/L$. Esta aproximación es mejor mientras más pequeño sea el intervalo Δt. Quienes hayan tomado un curso de cálculo reconocerán aquí la ecuación diferencial $dh/dt=-hv/L$.

ENERGÍA

La ecuación diferencial previa es insuficiente para resolver el problema, pues no sabemos aún cual es la velocidad v con que fluye el agua. Podemos estimar esta velocidad de hacer algunas consideraciones energéticas. Al llevar una piedra de masa M a una altura z le proporcionamos una *energía potencial gravitacional* Mgz, donde g es la aceleración de la gravedad, cuyo valor es aproximadamente $g \doteq 10 m/s^2$, como podemos verificar soltándola y observando que cae adquiriendo cada vez mayor energía cinética. Por eso, no debemos colocar nuestra cabeza debajo de piedras que podrían caer. Análogamente, volviendo a la Figura 4, vemos que la energía potencial de la capa superficial de agua de ancho Δh es $\Delta Ug=\Delta Mgh=\rho gLah|\Delta h|$, donde $\Delta M=\rho La|\Delta h|$ es su masa y ρ es la densidad del agua, cuyo valor aproximado es $\rho \doteq 1000 kg/m^3$. Al bajar el nivel del agua, ¿qué pasa con dicha energía potencial?

VISCOSIDAD

Para contestar, tome un huevo crudo entre sus dedos, colóquelo sobre una mesa y póngalo a girar como si fuera un trompo. Notará que ¡es imposible! El huevo detendrá inmediatamente su rotación. Sin embargo, si repitiera la experiencia con un huevo duro, notaría que el huevo mantendría su giro un tiempo relativamente largo. ¿Por qué se detiene el huevo cuando está crudo? Porque en su interior contiene un líquido viscoso (ver referencia (3)). Al pretender poner al huevo en rotación, en realidad ponemos a girar sólo al cascarón. El líquido en su interior se queda inicialmente en reposo. Lentamente, el ímpetu del ligero cascarón empieza a difundirse hacia el interior, poniendo en movimiento a la relativamente pesada clara y yema. De acuerdo a las leyes de conservación del ímpetu y del ímpetu angular, conforme el interior del huevo empieza a moverse, el cascarón se frena. La fricción entre distintas capas internas que giran con distinta velocidad acaba disipando la energía y convirtiéndola en calor (la clara del huevo es un poco más complicada, pues más que viscoso, es un líquido viscoelástico, ver referencia (4)). En cambio, un huevo duro actúa como un sólido.

Si una capa de un líquido se mueve más rápidamente que otra capa contigua, le transfiere gradualmente su cantidad de movimiento a través de su frontera en proporción al área, la diferencia de velocidades y en proporción inversa al ancho de las capas (ver Figura 5). Similarmente, al fluir sobre el fondo, una corriente de agua siente una fuerza que la frena, disipando su energía. La fuerza está dada por $F \doteq \eta La\Delta v/\Delta z$, donde Δv es el cambio en la velocidad cuando ascendemos una distancia Δz y η es el coeficiente de viscosidad, que para el agua toma el valor $\eta \doteq 10\text{-}3kg/m\ s$. Para quienes saben cálculo, la expresión correcta es $F \doteq \eta La\partial v/\partial z$. Aquí debemos notar que la velocidad es en realidad un *campo de velocidades* que dependen de la posición y del tiempo.

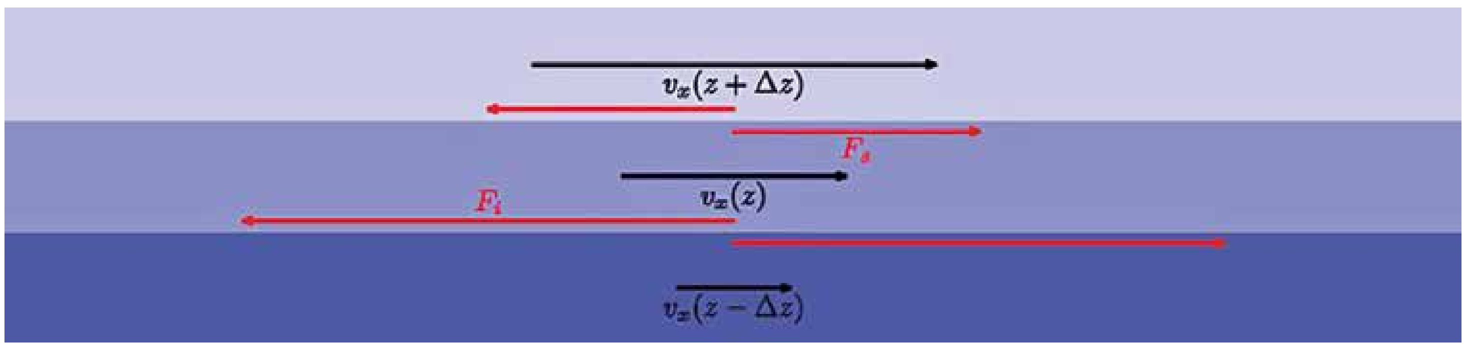


FIGURA 5: TRES capas de agua de ancho Δz moviéndose a diferentes velocidades v(z-Δz), v(z) y v(z+Δz). Se muestra en rojo la fuerza viscosa que la capa inferior ejerce sobre la central, Fi=-ηA(v(z)-v(z-Δz)/Δz, y la que la capa superior ejerce sobre la central Fs=ηA(v(z+Δz)-v(z)/Δz, donde η es el coeficiente de fricción y A el área de contacto. A su vez, las capas superior e inferior son sujetas a una fuerza de reacción.

Una fuerza F que actúa cierta distancia Δx produce un trabajo $\Delta W=F\Delta x$. De acuerdo a la Figura 4, el agua avanza una distancia $\Delta x=-v\Delta t$ durante un tiempo Δt. Luego, el trabajo que se realiza sobre el agua, la energía que disipa conforme fluye, es $\Delta W=F\Delta x \doteq \eta vLa\Delta t(\Delta v/\Delta z)$. Aproximando $(\Delta v/\Delta z) \doteq v/h$, la energía disipada resulta ser $\Delta W \doteq \eta v^2 La\Delta t/h$. Esta energía se convierte en calor.

BALANCE DE ENERGÍA

¿De dónde viene esta energía que se convierte en calor? De la energía potencial gravitacional que pierde el líquido conforme baja su nivel. Igualando la energía disipada con el cambio de energía potencial gravitacional del agua llegamos a una ecuación para el cambio del nivel del agua conforme transcurre el tiempo, $\Delta h/\Delta t=-\rho g\ h^4/\eta L^2$. Esta ecuación, válida en el límite de intervalos de tiempo muy pequeños, es en realidad una ecuación diferencial $dh/dt=-\rho g\ h^4/\eta L^2$ fácilmente soluble. La solución es $t=(\eta/3\rho g)L^2(1/h^3-1/h_0^3)$, donde h_0 es la altura inicial. El lector interesado puede verificar este resultado, aún sin saber cálculo, usando la ley del binomio $1/(h+\Delta h)^3=(h+\Delta h)^{-3} \doteq h^{-3}-3h^{-4}\Delta h+\dots$ donde los términos que faltan son despreciables por ser pequeños cuando $\Delta h \rightarrow 0$.

¿POR QUÉ TABASCO PERMANECE INUNDADO TANTO TIEMPO?

Para ilustrar el resultado anterior, consideremos un ejemplo que podría aplicarse a regiones de Tabasco. Consideremos una planicie costera con una extensión de *1km* inundada hasta una altura $h_0=1m$. Suponiendo que ya ha dejado de llover y que no hay corrientes tierra arriba que traigan agua adicional, ¿cuánto tiempo t tardaría el agua en bajar hasta una altura de, digamos, $h=5cm$? Primero notamos que $1/h^3=8000\ m^{-3}$, mientras que $1/h_0^3=1\ m^{-3}$, por lo cual $1/h^3-1/h_0^3=7999\ m^{-3} \doteq 8000\ m^{-3}$. Esto ilustra un resultado curioso: Si la altura inicial es varias veces mayor que la altura final, la duración no dependerá prácticamente de la altura inicial, sólo de la altura final. Esto se debe a que en la fase inicial el nivel del agua baja rápidamente, para estancarse mucho tiempo cerca de su nivel final. Entonces podemos aproximar $t \doteq (\eta/3\rho g)(L^2/h^3)$. Sustituyendo los valores apropiados para el agua podemos evaluar la constante $\eta/3\rho g \doteq 10^{-3}/(3\cdot 10^3\cdot 10)s/m=3\cdot 10^{-8}s/m$.
Como L2=1,000,000m2, nuestra fórmula lleva a $t=3\cdot 10^{-8}\cdot 10^6\cdot 8\cdot 10^3 s=240s$, 4 minutos. Sin embargo, si la planicie midiera 10km, el tiempo aumentaría a $t=24{,}000s$, poco menos de siete horas. Y si fuese más grande aún, una planicie de 100km, el tiempo se incrementaría a t=2,400,000s, ¡casi un mes!

Otro tipo de complicaciones tienen que ver con los detalles de la orografía, con los ríos que surcan la planicie, con las corrientes de agua provenientes de río arriba y con la presencia de lluvias continuas durante la inundación. El flujo del agua puede además ser turbulento cuando su velocidad es alta, con vórtices caóticos que disipan la energía mucho más eficientemente que el flujo laminar empleado en nuestro cálculo, y que por tanto reducen la velocidad y aumentan la duración de las fases iniciales de la inundación. Finalmente, el modelo tampoco toma en cuenta que el agua se evapora y se filtra. Incluir todas estas consideraciones complicarían enormemente el modelo y requeriría datos geográficos detallados y modelos matemáticos complejos que sólo se pueden resolver mediante uso masivo de computadoras digitales.

UN POCO DE AUTOCRÍTICA

El modelo empleado arriba tiene varios errores *conceptualmente graves*. Por un lado, no toma en cuenta que la velocidad del líquido en el extremo de la planicie, junto a las montañas, es necesariamente cero. Por lo tanto, la velocidad debe depender de x. El flujo es más veloz cerca de la orilla que cerca de la montaña. Por otro lado, hay una fuerza que empuja al agua hacia el mar, la cual proviene de una caída de la presión (la presión debe ser mayor tierra adentro que cerca de la orilla). Eso implica que el nivel h es mayor tierra adentro que cerca del borde, es decir, h también es un campo que depende de la posición además de depender del tiempo. Entonces, la ecuación diferencial que obtuvimos no puede ser correcta y debe ser reemplazada por una ecuación en *derivadas parciales* (ver referencia 5) que mezcle de forma adecuada la dependencia espacial con la dependencia temporal. Resulta sorprendente que, aun incluyendo estas dificultades, el problema pudo resolverse de manera exacta. Más sorprendente aún es que los resultados mencionados arriba prácticamente *no cambian*.

CONCLUSIONES

Consideraciones relativamente sencillas como son la ley de conservación de la materia y la ley de la conservación y disipación de la energía permiten elaborar modelos relativamente simples de problemas complejos, como el de las inundaciones, cuya comprensión puede tener una enorme relevancia social. Estos modelos pueden resolverse para obtener predicciones específicas mediante el uso de algunas técnicas matemáticas simples. En particular, se obtuvo que el tiempo de permanencia del agua en una planicie es proporcional al cuadrado de su tamaño y aproximadamente proporcional al inverso del cubo de la altura final, y prácticamente no depende de la altura inicial. Estos cálculos y conceptos pueden hacer la diferencia entre generar o evitar una catástrofe.

Esta columna se prepara y edita semana con semana, en conjunto con investigadores morelenses convencidos del valor del conocimiento científico para el desarrollo social y económico de Morelos. Desde la Academia de Ciencias de Morelos externamos nuestra preocupación por el vacío que genera la extinción de la Secretaría de Innovación, Ciencia y Tecnología dentro del ecosistema de innovación estatal que se debilita sin la participación del Gobierno del Estado.

Agradecimientos
Este trabajo se hizo con apoyo parcial de la UNAM a través del proyecto IN111119 de DGAPA-PAPIIT.

dia libre, https://bit.ly/33sDwzr
e https://bit.ly/3fOtFZs
ttps://bit.ly/2HSHud1
bre https://bit.ly/39ujurY
ibre, https://bit.ly/33xvIfD
6. Mapa topográfico de Tabasco https://bit.ly/37jbJ5n
7. Cambio climático y corrupción, causas de las inundaciones en Tabasco – Firmas.Mx https://bit.ly/3fIQq13
8. México: esto sucede cuando se tumba selva en el territorio maya, Animal Político, 28 de noviembre, 2020. https://bit.ly/2JuhdCg