ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.

La Ciencia, desde Morelos para el mundo

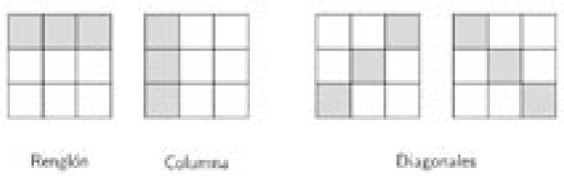
Construcción de Cuadrados Mágicos (usando el método de Loubère)

Radmila Bulajich
Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos
Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos

Hace poco más de un año se publicaron en este mismo periódico dos artículos sobre el cuadrado mágico de Alberto Durero (24 y 31 de marzo del 2008. Ver:
www.acmor.org.mx/descargas/08_mar_24_durero.pdf; www.acmor.org.mx/descargas/08_mar_31_durero.pdf).

Algunas personas nos escribieron preguntando si existían métodos para crear estos cuadrados mágicos. Atendiendo a dicha petición, a continuación describimos algunos de ellos.

Primero recordemos qué es un cuadrado mágico. Un cuadrado mágico es una arreglo de N^2 casillas, donde N representa un entero positivo mayor o igual a 3, en el cual en cada una de las casillas encontramos un número entero distinto. La palabra mágico se refiere a que la suma de los números en cada renglón, cada columna o en las dos diagonales principales, es la misma.



Aún cuando los números de un cuadrado no son necesariamente números consecutivos, en éste artículo sólo trabajaremos aquellos que tienen números consecutivos.

Si los números que acomodamos en el cuadrado mágico son los enteros positivos 1, 2,…, N^2, decimos que el cuadrado es de orden N y el número mágico, es decir, la suma en cada renglón, columna o diagonal será:

$$S = \frac{N(N^2+1)}{2}.$$

Este número lo podemos calcular fácilmente considerando la suma de todos los números y dividiéndolo entre el número de renglones o columnas, es decir,

$$\frac{1+2+\ldots+N^2}{N} = \frac{\frac{N^2(N^2+1)}{2}}{N} = \frac{N(N^2+1)}{2}.$$

Por ejemplo, en el cuadrado de 3X3, el número mágico es (1+2+… + 9)/3=3(9+1)/2=15.

Cuando N crece, el número de cuadrados mágicos se incrementa rápidamente. En la siguiente tabla se presentan el número de cuadrados mágicos que se pueden construir dependiendo de N.

N	No. cuadrados mágicos distintos
3	1
4	808
5	68,826,306

En el año de 1693, los 808 cuadrados mágicos de 4X4 fueron publicados por el francés Bernard Frénicle de Bessy (1605-1675). En su estudio nunca utilizó métodos matemáticos propiamente dichos para crearlos sino que escribió la lista utilizando el "método de exhausión", es decir, probando todos los casos y viendo cuáles de ellos cumplían las propiedades requeridas. No fue hasta 1973 que, gracias al desarrollo de las computadoras, Richard Shroeppel (1948-), matemático y programador, calculó que había 275,305,224 cuadrados mágicos de 5X5. El número que aparece en la tabla difiere de éste ya que se eliminaron los cuadrados mágicos que son "iguales" por rotación o reflexión. No se tiene, siquiera, un número aproximado de cuántos cuadrados mágicos de 6X6 hay.

A lo largo de la historia se han elaborado varios métodos para construir cuadrados mágicos. Para utilizar estos métodos es importante ver los distintos tipos de cuadrados mágicos que podemos hacer:

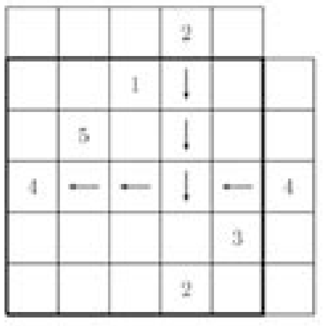
1. Cuadrados mágicos de ORDEN IMPAR, son los cuadrados mágicos donde N es un número impar, es decir, de la forma 2m+1, donde m es un entero positivo.
2. Cuadrados mágicos de orden par, que llamamos PAR SENCILLO, donde N es de la forma 2(2m+1), donde m es un entero mayor o igual a 0, es decir, el doble de un número impar. Observemos que los números que generamos aquí son los números pares que son divisibles entre 2 pero no entre 4.
3. Cuadrados mágicos cuyo orden es doblemente par, que llamamos DOBLE PAR, donde N es de la forma 2(2m), para m un entero, es decir, el doble de un número par. El número de cuadraditos en cada uno de los lados de los cuadrados se pueden dividir entre 2 y 4.

Los métodos para construir cuadrados mágicos varían en complejidad. Los cuadrados mágicos más difíciles de construir son los de orden par sencillo. Empecemos construyendo cuadrados mágicos de orden impar. El método que se describirá a continuación (Método de Loubère) no funciona para construir los cuadrados mágicos de orden doblemente par o par sencillo.

En 1693, Simon de la Loubère (1642–1729) diplomático francés, escritor, matemático y poeta, sugirió un método para crear cuadrados de orden impar.

Veamos, por ejemplo, un cuadrado mágico de orden 5:

1. Empezamos con el 1 en la parte central, superior (ver figura más adelante).
2. Colocamos números consecutivos en forma diagonal, avanzando hacia arriba y hacia la derecha, pero apenas alcanzamos el borde superior, escribimos el número en esa misma columna hasta abajo y continuamos llenando en diagonal.
3. Cuando alcanzamos el borde derecho, los números se escriben en el mismo renglón pero en la parte izquierda.
4. Cuando llegamos a un cuadradito que está ocupado, el número que correspondía se escribe debajo del último número que habíamos escrito.
5. Por último, cuando llegamos a la esquina superior derecha, hacemos lo mismo que en el paso anterior.



	18	25	2	9	
17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	4
10	12	19	21	3	10
11	18	25	2	9	

Si rotamos el cuadrado o lo reflejamos respecto a una recta que lo divida en dos por su parte central, podemos generar 7 cuadrados mágicos más. Si el 1 lo colocamos en cualquier otro cuadradito se generan cuadrados que suman lo mismo en los renglones y columnas, pero no necesariamente en la diagonal.

Los cuadrados mágicos de orden impar son los más fáciles de construir. Existen muchos otros métodos para construirlos, aquí únicamente hemos descrito uno de ellos.
La próxima semana publicaremos algunos métodos para construir cuadrados mágicos de orden par sencillo y doblemente par.

Comentarios: bulajich@uaem.mx