

Vacaciones y embotellamientos exprés

W LUIS MOCHÁN

Instituto de Ciencias Físicas, UNAM
Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos

Seguramente las disfrutó enormemente, descansó, visitó a los amigos, viajó, bailó, hizo deporte, fue al cine, al teatro, escuchó conciertos, todo lo que se hace en vacaciones y que no había tenido tiempo ni energía para llevar a cabo durante los días de trabajo. Probablemente recorrió también alguna de nuestras autopistas para llegar a algún destino turístico. De ser así, no es imposible que haya tenido que sufrir un *embotellamiento*, pasando horas detenido en lo que debía ser una vía rápida a recorrerse en unos cuantos minutos. Sin duda, se ha preguntado cuál pudiera ser la causa del mismo. ¿Quizás un accidente, un vehículo averiado, una manifestación de protesta cerrando la carretera, una peregrinación? ¿Le habrían dado mantenimiento al asfalto justo el día que terminan las vacaciones o habrán dejado baches y deslaves en el camino? Muchas veces se habrá sorprendido de que el atasco se disipara mágicamente, sin mostrar su causa, como si nada lo hubiese detonado.

Resulta que los atolladeros son uno de los múltiples y variados temas de estudio de algunos físicos, y que revistas especializadas en física publican ocasionalmente artículos sobre el tema. Poco después de que yo hiciera mi primera incursión amateur en el tema analizando la malograda circulación inglesa en la glorieta de Zapata [ver ref. 1], me enteré que el artículo más popular de la revista *New Journal of Physics* en el mismo año reportaba la generación espontánea de atascos [2], sin necesidad de una perturbación externa. El experimento consistió en distribuir 22 automóviles a lo largo de una pista circular de un carril sin obstáculo alguno y con un perímetro de 230m (ver figura 1) y pedirles a los automovilistas que avanzaran a una velocidad lo más cercana posible a los 30 km/h. Al cabo de unos minutos se formó un embotellamiento con cinco vehículos totalmente detenidos mientras que los 17 vehículos restantes circulaban libremente. Conforme pasaba el tiempo los vehículos al frente del atasco se liberaban a la vez que nuevos vehículos se incorporaban a su zaga, formando así una *onda de choque* que se propagaba hacia atrás. La obstrucción circulaba en la dirección opuesta a los vehículos y con una velocidad aproximada de 20 km/h. En la referencia [3] se pueden ver dos videos del experimento.



Fig. 1. Fotografía del experimento sobre embotellamientos espontáneos.

Podemos explicar lo que sucede considerando una carretera con pocos vehículos viajando, naturalmente, a la máxima velocidad permitida $v=v_m$. Denotando con d a la distancia promedio entre vehículos, su *densidad* (número de vehículos por unidad de distancia) sería $n=1/d$, el tiempo entre el paso de dos vehículos consecutivos a través de un punto fijo cualquiera $\Delta t=d/v_m$ y el número de vehículos que pasan por unidad de tiempo, el *flujo vehicular*, sería el inverso $q=1/\Delta t=v_m/d=n v_m$. Por lo tanto, a mayor densidad n , mayor flujo. Físicos, ingenieros y plomeros habrán de reconocer esta última fórmula; es análoga a la que nos proporciona el *gasto* de un ducto en términos de la densidad y de la velocidad [4].

Imagine ahora que sin motivo aparente, quizás por un susto o una distracción, un conductor disminuye momentáneamente la velocidad de su auto. Si el siguiente vehículo va muy lejos, es probable que su conductor ni siquiera se entere. Si la distancia entre autos fuese un poco más corta, quizás el segundo auto deba frenar un poco y el que vaya más atrás un poco menos, pero eventualmente, la perturbación se disiparía, el flujo regresaría a su valor libre y habrá automovilistas que no se enteren que hubo en algún momento un incidente. El flujo libre a la velocidad máxima es estable frente a *pequeñas* perturbaciones cuando la densidad vehicular es baja.

Considere ahora una carretera con muchos vehículos, de manera que la distancia media entre ellos d sea igual a la mínima distancia d_c que dicta la prudencia. Si todos los automovilistas fueran a velocidad constante todo el tiempo, se podría sostener un flujo muy alto, pero si algún conductor frenara momentáneamente, quien le siga tendría que frenar para conservar una separación segura. Debido al tiempo que tarde en reaccionar, la dis-

tancia habría disminuido peligrosamente, obligando al segundo conductor a frenar más que el primero. Entonces el tercer automovilista se verá obligado a frenar aún más y así sucesivamente hasta que algún auto, y todos los que le sigan, se vean forzados a hacer un alto total.

Estas ideas se ven ilustradas en la figura 2, que muestra la posición como función del tiempo para diversos vehículos. El auto rotulado con la letra A avanza a cierta velocidad constante. Por

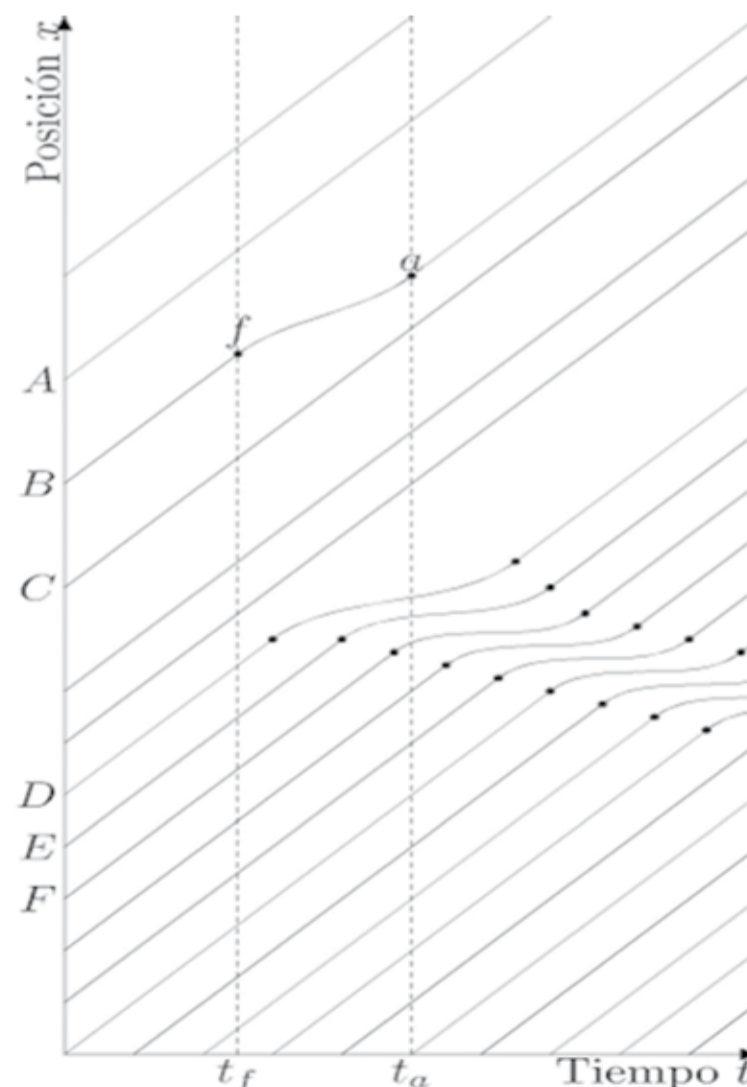


Fig. 2. Posición vs. tiempo para un conjunto de automóviles en una carretera. Las letras A - F rotulan algunos coches. Los puntos sobre las líneas indican dónde y cuándo cada auto empieza a frenar y cuando termina de acelerar.

otro lado, el vehículo B avanza con la misma velocidad hasta el tiempo t_f en que comienza a frenar, aumentando gradualmente su distancia al vehículo A que lo precede, mientras que su distancia respecto al auto C que le sucede disminuye. Sin embargo, el conductor del vehículo B vuelve a acelerar hasta alcanzar al tiempo t_a la velocidad de cruce. Como la distancia a C no se acorta demasiado, el vehículo C no tiene necesidad de frenar y la perturbación no tiene mayor consecuencia.

Por otro lado, los autos que siguen a C van muy pegados entre sí. En cierto momento el auto D empieza a frenar ligeramente, y se ve obligado a frenar aún más, F debe entonces hacer un alto total (correspondiente a un tramo horizontal en el diagrama), como tienen que hacer todos los vehículos que siguen. Notamos entonces que hay una región atascada. Los coches al frente de dicha región la van abandonando en cuanto pueden, pero nuevos vehículos se van incorporando por detrás, por lo cual el embotellamiento viaja a lo largo de la carretera en *dirección opuesta* a aquella de los vehículos.

La discusión anterior nos muestra que hay una densidad crítica $n_c=1/d_c$ en la cual el flujo libre es posible pero inestable y cualquier perturbación produce un atolladero. Si la densidad fuese todavía mayor, el flujo libre sería imposible y el atolladero empeoraría. Podemos complementar la figura 2 con la figura 3 que muestra imágenes durante tiempos sucesivos de los autos en una carretera. Observe que si los autos circulan hacia la derecha, la onda de choque se mueve hacia la izquierda y que el flujo a través de un punto cualquiera en el camino es nulo en tanto la onda de choque pasa por dicho punto, mientras que antes y después el flujo es igual al flujo libre.

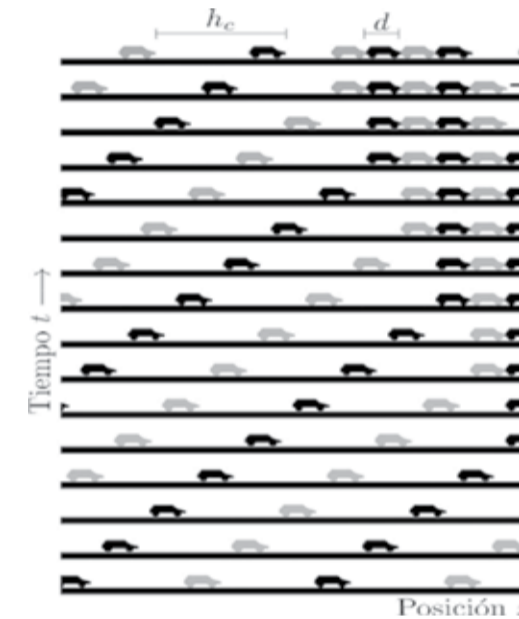
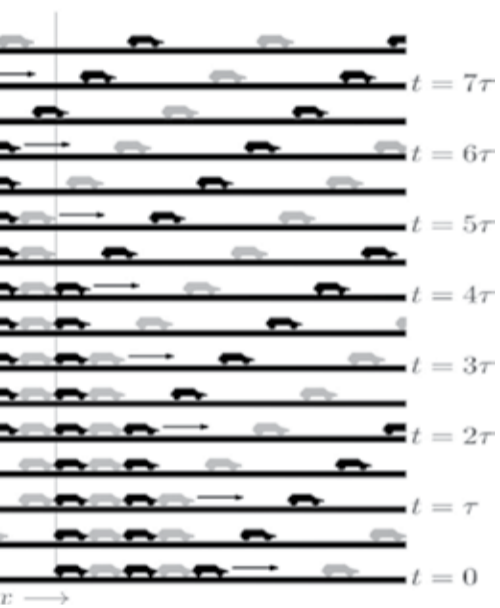


Fig. 3. Imágenes sucesivas de una carretera con un embotellamiento. La línea vertical indica una posición fija en el camino. Las flechas indican la velocidad de los vehículos que dejan el embotellamiento.

Podemos emplear las ideas anteriores para calcular el flujo a altas densidades. En la figura 3 llamamos τ al tiempo desde que un coche se libera del atolladero hasta que lo hace el siguiente. Por lo tanto, la velocidad v_o con que la onda de tráfico se mueve hacia la izquierda es $v_o=l/\tau$, donde l es la longitud promedio de un coche. En ese tiempo el vehículo que lo antecede habría avanzado una distancia $v_m \tau$ por lo que la distancia entre vehículos en movimiento sería $d_c=(v_o+v_m)\tau$, suponiendo que todos los automovilistas tienen prisa por moverse cuanto antes. Supongamos que en cada tramo carretero de longitud L hay $N=nL$ vehículos, de los cuales N_a se hallan atascados y $N_m=N-N_a$ se mueven. El embotellamiento tardaría un tiempo $N_a \tau$ en pasar por un punto fijo, durante el cual ningún auto atravesaría dicho punto. Después, por ese punto pasaría un coche cada tiempo $\Delta t=d_c/v_o$ durante un tiempo $N_m d_c/v_o=N_m \tau (v_m+v_o)/v_o$ antes de que llegue el siguiente atascamiento. El número total de vehículos que habrán pasado entre uno y otro atolladero

sería entonces igual al número de unidades en movimiento N_m y el tiempo total transcurrido sería $(N_m(v_m + v_o)/v_o + N_a)\tau$, por lo que el flujo sería $q=(1-f)n v_m$, donde introdujimos la fracción $f=N_a/N$ de vehículos atascados y la densidad promedio $n=N/L=1/((v_m + v_o - f v_m)\tau)$ de autos. Finalmente, despejando f en términos de n en esta última ecuación obtenemos el resultado final $q=(1/\tau)-n v_o$. Recomiendo al lector que *no me crea* y que se arme de paciencia para repetir los cálculos descritos arriba por su propia cuenta, llenando los detalles que por motivos de espacio no expuse aquí. En resumen, si la densidad es pequeña, $n < n_c$, el flujo $q=n v_m$ es una función *creciente* de la densi-



dad, mientras que si la densidad es muy alta, $n > n_c$, el flujo $q=(1/\tau)-n v_o$ es una función *decreciente* de la densidad, como ilustra la figura 4. Hay por lo tanto un flujo máximo $q_m=n_c v_m$ correspondiente a la densidad crítica, y hay una densidad máxima n_m en la cual el flujo se vuelve cero.

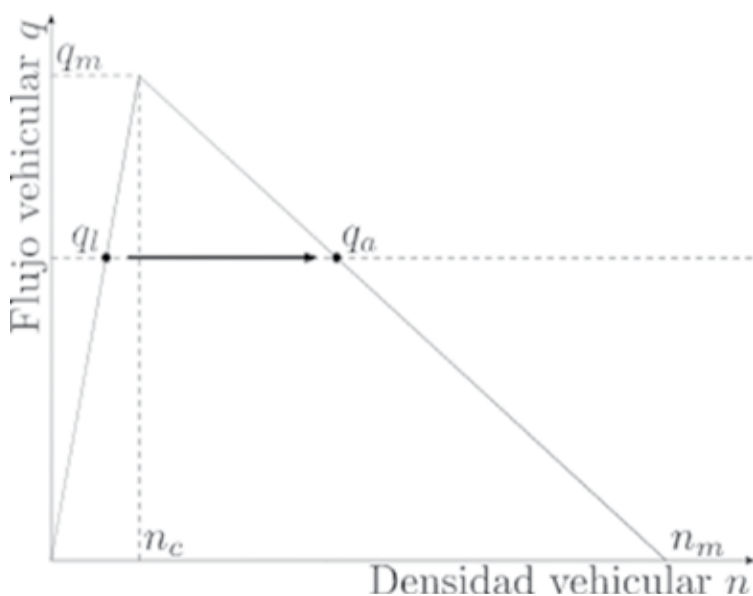


Fig. 4. Diagrama fundamental para el flujo vehicular: gráfica del flujo como función de la densidad. Se indican la densidad crítica n_c y el flujo máximo q_c . Se muestra una posible transición entre un flujo libre y un flujo con embotellamientos.

Si bien la teoría expuesta arriba es muy simplista, es cualitativamente adecuada y es consistente con resultados experimentales,

como ilustra la figura 5 (tomada de la referencia 2), aunque en los experimentos observamos una dispersión de datos muy grandes. La figura 4 es tan importante para el análisis del flujo vehicular que se le conoce como el *diagrama fundamental*.

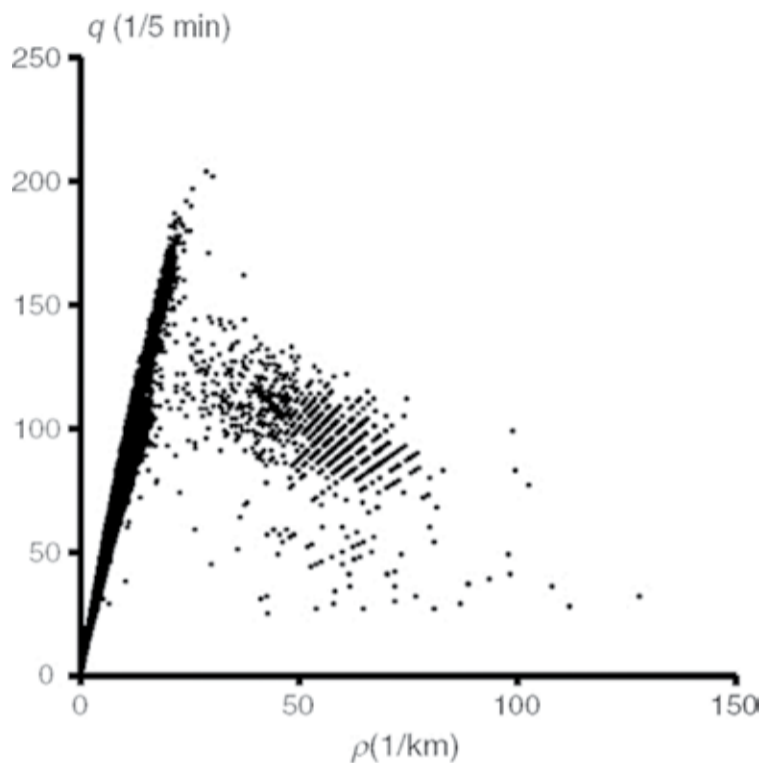


Fig. 5. Relación experimental entre flujo y densidad (ref. 2).

Hemos llevado a cabo el análisis anterior suponiendo que podemos fijar la densidad vehicular, como se hizo en el experimento de la referencia 2. Sin embargo, en la vida real es más común fijar el flujo vehicular, dado por el número de vehículos que ingresan a la carretera por unidad de tiempo. La figura 4 muestra que una fluctuación suficientemente grande podría cambiar una circulación libre con un flujo q_1 a una atascada con una densidad mucho mayor, aunque con el mismo flujo $q_2=q_1$, y por lo tanto con una velocidad

es que se han diseñado estándares para la construcción de autopistas. Por ejemplo, el estándar americano [5] indica que cada carril debe tener un ancho de 3.7m, que toda carretera debe tener un acotamiento externo de al menos 3m y que vías de varios carriles en

cada sentido deberían tener un acotamiento interno de al menos 1.2m. El propósito de esta norma es evitar rozones entre vehículos que circulan en carriles contiguos y contar con un espacio en que se puedan estacionar vehículos averiados o con conductores fatigados, o por donde puedan circular vehículos para atender emergencias y grúas para quitar de la calzada a vehículos accidentados. Los acotamientos también permiten la incorporación gradual de vehículos a partir de las rampas de acceso. Podemos comparar estos datos con los correspondientes al libramiento de Cuernavaca [6] en el cual se acaba de inaugurar un paso expés. El nuevo libramiento consiste de dos carreteras independientes, una de ellas de dos carriles en cada sentido para tránsito de largo itinerario y la otra de tres carriles para tránsito local. El ancho total de la calzada es de 33.20 metros, correspondiente a 3.32m por carril, o quizás menos aún al descontar el ancho de las barreras de concreto que separan a ambas carreteras, por lo que su ancho es menor al que establece la norma, de la cual difiere en más del 10%. Además, no existen acotamientos ni externos ni internos en ninguna de las dos carreteras. Esta deficiencia es especialmente grave en los carriles centrales, pues cualquier descompostura o accidente bloquearía totalmente al menos uno de los carriles y no hay más accesos para atender incidentes que el inicio o el final del tramo de más de 14 kilómetros de longitud. La situación se compli-

ca aún más por la pobre señalización y por los accesos abruptos formando ángulos en ocasiones hasta de 90 grados y con nula visibilidad. Por ello, a pesar de que algunas simulaciones computacionales predijeron que en condiciones óptimas los tiempos de recorrido del libramiento disminuirían con el incremento del número de carriles [7] era perfectamente previsible que esta autopista con especificaciones que no cumplen las normas establecidas sufra embotellamientos con frecuencia (figura 6). Por ejemplo, el domingo 16 de abril pasado a las 15:15 tenía un tramo de 9.15 kilómetros atascado, desde Tabachines hasta Loma Bonita (figura 7), en el que la velocidad promedio no excedía los 12km/h, por lo cual recorrerlo requería más de 45 minutos, casi cinco veces más que el tiempo de recorrido nominal.



Fig. 6. Foto del Paso Expés, ilustrando la formación de un embotellamiento en los carriles centrales.

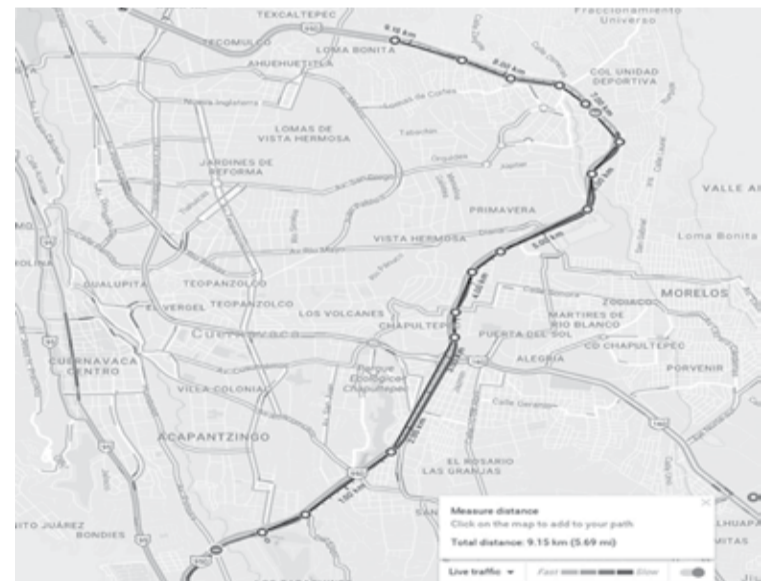


Fig. 7. Mapa ilustrando el embotellamiento del Paso Expés la tarde del domingo 16 de abril.

Para cumplir con la norma, el paso expés requeriría un ancho de 52 metros, excediendo en 12 metros el derecho de vía actual. Quizás, de haber hecho una sola carretera en lugar de dos carreteras independientes, evitando la necesidad de cuatro de los ocho acotamientos que dictaría la norma, y reduciendo el número total de carriles pero aumentando el ancho de cada uno hasta cumplir con el estándar, añadiendo los indispensables acotamientos, hoy ausentes, y modificando las rampas de acceso, tendríamos

una vía más rápida y ágil, menos congestionada, y lo más importante, menos peligrosa.

Agradezco el apoyo de DGAPA-UNAM mediante el proyecto IN113016.

Bibliografía

Wolf Luis Mochán Backal, *Ciencia, juego y tráfico*, Diario *La Unión de Morelos* 15 de diciembre, 2008, p. 36 <http://bit.ly/1VdLqnx> , <http://bit.ly/2ojZfIH> .

Yuki Sugiyama et al., "Traffic Jams without Bottlenecks—experimental Evidence for the Physical Mechanism of the Formation of a Jam," *New Journal of Physics* 10, no. 3 (2008): 033001, [10.1088/1367-2630/10/3/033001](https://doi.org/10.1088/1367-2630/10/3/033001) , <http://bit.ly/2pq3ltY> .

<http://stacks.iop.org/NJP/10/033001/mmedia> .

David Halliday, Robert Resnick

y Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, 9a edición (Wiley), cap. 15. *A Policy on Design Standards—Interstate System*, 6a Edición (2016) <http://bit.ly/2pxXp2i>, citado en / Interstate Highway standards - Wikipedia, <http://bit.ly/2pP1817>. Paso Express <http://pasoexpress-cuernavaca.com/> Leonardo M Castro González y Jesús Antonio del Río Portilla, *Simulando una carretera con autómatas celulares: el caso del libramiento de Cuernavaca*, La Unión de Morelos, lunes 15 de agosto de 2016, p 28-30 <http://bit.ly/2oS5ctk> .