



La Ciencia, desde Morelos para el mundo

Para actividades recientes de la Academia puede consultar: www.acmor.org.mx

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS

El análisis de Fourier

Kurt Bernardo Wolf
Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos
Centro de Ciencias Físicas,
UNAM

Grandes tiempos producen grandes hombres. La revolución francesa fue uno de aquéllos, y Jean Baptiste Joseph Fourier uno de éstos. Y no fue el único, sino miembro de una constelación de matemáticos franceses que entrenaron sus talentos en las campañas militares de la República, ocuparon después cargos importantes bajo el Imperio, y finalmente dieron lustre y gloria duradera a la Académie des Sciences, hogar de lo que se ha conocido como la escuela francesa de análisis matemático.

Nuestro Joseph Fourier nació en 1768, en Auxerre, poblado cercano a Orléans, doceavo de quince hijos de un sastre, y quedó huérfano desde los diez años. Los pueblos chicos cuidan de su gente, y su aplicación al estudio de las matemáticas lo llevó a la escuela militar de Auxerre, a un convento benedictino, y a su tiempo, a la revolución. Durante el Terror apoyó a la facción de Orléans y fue puesto en galeras; afortunadamente, Robespierre fue a la guillotina antes de que él tuviera que poner su propio cuello. Saliendo de prisión, se refugió en la École Normale, donde continuó sus estudios bajo la dirección de Lagrange y Laplace, ambos reconocidos hoy por sus trabajos en mecánica celeste y cálculo diferencial. En 1797 el joven Fourier se agregó como consultor científico a la expedición militar francesa en Egipto. Permaneció dos años en ese país como promotor oficial de la cultura francesa, fundando organizaciones como el Instituto del Cairo, con su división de matemáticas (de la que era miembro el propio Bonaparte). Fomentó las primeras exploraciones arqueológicas de interés científico, trajo a la luz la piedra de la Rosetta, desenterró parte de la Esfinge y la afianzó, y envió exploradores al Alto Nilo. Posteriormente escribió un libro sobre el antiguo Egipto que, diría yo, despertó el interés y la moda de toda la sociedad del Imperio. La sala más alta del Louvre conjuga los elementos: de un lado el cuadro monumental de Jacques-Louis



GENIO | Retrato de Fourier.

David, la Coronación de Napoleón (de hecho, allí Napoleón corona a su esposa Josefina), de dos pisos de altura y tres de ancho; del otro su obra maestra, Madame Récamier, recostada en su chaise longue, toda elegancia, túnica recogida en alta cintura, y la mirada que resume toda su época.

Pero el inglés Nelson destruyó la flota francesa y Fourier tuvo que regresar a Francia, como profesor de la cátedra de Análisis y Mecánica en la École Polytechnique. En 1807 terminó un trabajo titulado *Théorie Analytique de la Chaleur* (Teoría Analítica del Calor), que luego sería varias veces publicado, modificado, y enriquecido con aplicaciones. Seguramente por su experiencia militar con la fabricación de cañones, sabía sobre la propagación de eso que llamamos “calor” (lo que en realidad medimos es la temperatura); el flujo de calor se mide por la variación de la temperatura –y conociendo parámetros del medio conductor. Cuando una barra metálica fría se toca por un instante con una barra

caliente, el calor fluye durante ese tiempo del medio caliente al frío, y se difunde hasta que toda la barra fría llega a la misma temperatura. Si repetimos el experimento tocando la barra con varias otras a diferentes temperaturas, medimos que sus efectos se suman en la distribución de temperaturas, como si fuesen números con escala. La razón de cambio de la temperatura en cada punto de la barra es proporcional a la curvatura de esta distribución –su Laplaciano, para usar el término matemático.

Y entonces se preguntó Fourier: ¿cuáles son las distribuciones de temperatura invariantes, es decir, aquéllas cuya difusión solamente las multiplica por un factor de escala (que decrece exponencialmente con el tiempo)? La pregunta es crucial porque nos lleva a la solución general del problema –siempre y cuando las condiciones iniciales puedan ser descritas como suma de estas soluciones particulares– como lo demostró Fourier. Este conjunto de perfiles invariantes de temperatura son las

funciones sinusoidales –imaginémos una lámina acanalada– matemáticamente definidas por el seno y coseno trigonométricos. En su *Mémoire*, Fourier plantea su fórmula general en la tercera página y dedica las siguientes 28 a explicar su construcción; con esto dio inicio a una rama mayor de las matemáticas contemporáneas. Su método de análisis aplica no sólo a la difusión del calor, sino a la propagación de disturbios en medios elásticos, las ondas electromagnéticas entre ellas; explica la naturaleza ondulatoria de la mecánica cuántica demostrando la necesidad matemática del principio de incertidumbre. La teoría amplía el tratamiento de señales exponiendo su espectro de frecuencias –radio FM en vez de AM– el cual es patrón de todas las redes de comunicación –incluso digitales. En astronomía, dota a la imagen puntual de una estrella con su espectro de colores, el cual revela su composición química, su movimiento sobre la línea de observación, y permite reconocer sistemas binarios o soles con pla-

netas. El análisis de Fourier desenrolla ante la vista el arco iris de cada sistema.

El curso de métodos matemáticos de la física que imparto en la Facultad de Ciencias de la UAEM cubre el tema “análisis de Fourier” en 6 semanas. La notación y los conceptos actuales simplifican su presentación y hacen más evidentes sus propiedades fundamentales –además, con el uso de computación electrónica, se puede modelar, graficar y verificar el análisis aplicado a señales finitas. En contraste, leer la *Mémoire* de Fourier resulta bastante trabajoso (poco menos que el *Discourse sur la Méthode* de Descartes, o los *Principia Mathematica* de Newton, pero aún así difícil) por lo detallado de su argumentación en puntos ya solventados por matemáticos posteriores, y por sus saltos de tigre al formular conclusiones. El objetivo de mi curso es abrir los ojos de los estudiantes para que vean que los fenómenos naturales ocurren en 6 dimensiones: las tres que vemos, y las tres de frecuencias que les corresponden. Éste es el espacio fase donde las ecuaciones muestran las entrañas de la física.

Mucha agua ha pasado por el Sena frente a las puertas de la Academia donde Fourier discurría y discutía con su pléyade de amigos y rivales: Laplace, Lagrange, Monge, Rodrigues, Arago, Legendre, Fresnel, y muchos otros que conocemos por sus fórmulas, métodos y leyes. Los matemáticos franceses tienen fama de contestatarios y preciosistas, fieros, envidiosos y apasionados. Refiriéndose a sus enemigos Biot y Poisson, Fourier había escrito: “No se extienden las fronteras de la ciencia presentando, en forma dicha diferente, lo que no ha encontrado uno mismo y, sobre todo, excluyendo al verdadero autor del trabajo”. Contrario a la restauración de Luis XVIII, Fourier se rehusó a salir en la foto con el gordo rey que usurpó el trono, tan diferente de su ilustrado Emperador, quien lo había hecho crecer. Después que Napoleón murió en Santa Helena, Fourier aceptó ser Secretario Vitalicio de la Academia en 1822. Murió en 1830 sin conocer la verdadera trascendencia de su obra, atestiguada por doscientos años de evolución matemática y de aplicaciones en ramas de la ciencia que él no podría imaginar. Pero Joseph Fourier sigue vivo, porque los que trabajamos con sus métodos tenemos todos los días su nombre en los labios.